DOI 10.52580/issn.2232-8556.2023.12.13.67
UDK 519.2:368.91

Bernadin Ibrahimpašić[27]
Pedagoški fakultet Univerziteta u Bihaću

Izvorni naučni rad
Original scientific paper

VJEROJATNOST DOŽIVLJENJA I SMRTI ZA DVIJE I VIŠE OSOBA KOD OBRAČUNA ŽIVOTNOG OSIGURANJA

Sažetak

U radu se daju modeli za izračun vjerojatnosti doživljenja (života i smrti) za dvije i više osoba, koji su neophodni kod izračuna životnog osiguranja.

Ključne riječi: vjerojatnost, životno osiguranje, aktuarska matematika

[27] bernadin@bih.net.ba

Uvod

Aktuarska matematika (Karačić, 2009) je najznačajniji dio osiguranja koji matematičkim metodama na osnovu računa vjerojatnosti i statistike utvrđuje cjenike osiguranja, potrebne garantne rezerve i druge rezerve u osiguranju, način reosiguravateljskog pokrića, visinu samopridržaja (pridražaj ili retencija je pravo zadržavanja, pravo vjerovnika u čijim se rukama nalazi neka dužnikova stvar da je zadrži dok mu ne bude ispunjena tražbina, a ako ispunjenje izostane, da se naplati iz njene vrijednosti) i druge elemente poslovne politike. Posebno je veliko značenje osiguravateljske matematike u utvrđivanju cjenika i raspodjele udjela u dobiti u svim oblicima životnih i bolesničkih osiguranja, a bitna je i na području ulaganja sredstava. Razvojem računarske tehnologije povećane su mogućnosti razvoja osiguravateljske matematike. Aktuar je osoba specijalizirana za izračun rizika i vjerovatnosti nastanka, bilo pozitivnih bilo negativnih, događaja koji utiču na buduće poslovanje ili događaje. Aktuar se koristi aktuarskom i financijskom matematikom, teorijom vjerojatnosti i statistikom pri određivanju potencijalnih rizika klijenata nastalih iz njihovih poslovnih i financijskih odluka. To je matematičar specijaliziran za područje životnih osiguranja, odnosno osiguranja uopće, koji je osposobljen da na osnovama algoritama aktuarske matematike može izračunavati sve bitne veličine vezane za jednokratne i višekratne uplate i isplate u životnim (i drugim) osiguranjima, kako u fiksnom tako i u varijablnom iznosu.
Račun vjerojatnosti je praktično prvo primijenjen u Engleskoj i Holandiji u statistici i u različitim granama osiguranja. Posao aktuara za procjenu postojećih rizika i razvoj modela za projekciju budućih događaja uključuje analizu podataka iz prošlosti. Taj statistički materijal kod osiguranja osoba za slučaj doživljenja ili za slučaj smrti je pregledno sređen u posebne tablice koje se zovu tablice smrtnosti (mortaliteta) i doživljenja. One sadrže broj umrlih određene starosti na kraju pojedine godine između određenih godina starosti, kao i broj preživjelih određene starosti na kraju pojedine godine, između određenih godina starosti. Prve takve tablice sastavili su John Graunt (1620–1674, engleski statističar i demograf (osnivač demografije)) ("Natural and Political Observations Made Upon the Bills of Mortality", London, 1692.) i Edmond Halley (1656–1742, engleski astronom, geofizičar, matematičar i fizičar) ("An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, Drawn from Curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw; With an Attempt to Ascertain the Price of Annuities upon Lives", Philosophical Translations of the Royal Society, Vol. 17(1693), pp. 596–610). Od tada pa do danas, na osnovu toga modela, nastale su mnoge slične tablice u kojima se osim spomenutih statističkih podataka o umrlima i preživjelima, nalaze i vrijednosti mnogih osnovnih i pomoćnih aktuarskih funkcija. U našim primjerima koristit ćemo Tablice 17 engleskih društava, koje potiču još iz 1843. godine (u prilogu), a rađene su na statističkom uzorku od 100 000 osoba (početne) starosti 10 godina.
U tablicama se upotrebljavaju simboli kojima se označavaju pojedine veličine ili vjerojatnosti dobijene pomoću tih veličina. Ti simboli su internacionalni, a usvojeni su na Drugom kongresu aktuara (International Congress of Actuaries–ICA), održanom 1898. godine u Londonu.

- $x -$ starost osobe izražena u godinama
- $l_x -$ (*living* = *živući*) broj svih živih osoba starosti x godina
- $d_x -$ (*dead* = *mrtav*) broj umrlih osoba starosti x godina

Broj l_x predstavlja (očekivani) broj živih osoba starosti x godina. Tako iz tablice vidimo da je (očekivani) broj živih osoba starosti 25 godina u danoj populaciji jednak 89835. Iskoristimo li

proporcionalnost, imamo da je (očekivani) broj živih osoba starosti 25 godina u statističkom uzorku od n osoba jednak $89835n/100000$.
Broj l_0 (kod tablica 17 engleskih društava $l_{10} = 100\ 000$) se naziva korijen tablice. Indeks korišten u oznaci predstavlja početnu dob pojedinca, gdje vrijednost 0 implicira da se radi o novorođenčadima. Također je potrebno istaknuti i pojam granična dob, u oznaci ω, što predstavlja dob kada vrijednost l_x postaje zanemarivo mala (u odnosu na l_0), te se proglašava $l_\omega = 0$ (dob kada će svi pojedinci iz početne skupine umrijeti).
Broj d_x označava broj umrlih osoba starosti x godina, tj. broj umrlih osoba koje su navršile x godina, ali nisu doživjele $x + 1$ godinu. Taj broj je jednak razlici broja živih osoba starosti x i $x + 1$ godina, tj. imamo da je $d_x = l_x - l_{x+1}$. Iz tablica u prilogu vidimo da je broj osoba koje su umrle u starosti od 25 godina jednak 698.

Vjerojatnost doživljenja (i smrti) za jednu osobu

Za razliku od računa vjerojatnosti doživljenja (i smrti) za jednu osobu (Ibrahimpašić, 2023), što se može pronaći u literaturi, račun vjerojatnosti doživljenja (i smrti) za dvije, a naročito za tri i više osoba, nije toliko obrađen u literaturi.

Uz standardne oznake

- ${}_np_x -$ vjerojatnost da će osoba stara x godina živjeti bar još n godina (ako je $n = 1$, onda se u pisanju n izostavlja),
- ${}_nq_x -$ vjerojatnost da će osoba stara x godina umrijeti prije nego navrši $x + n$ godina (ako je $n = 1$, onda se u pisanju n izostavlja),

prema klasičnoj definiciji vjerojatnosti, gdje se vjerojatnost proizvoljnog događaja definira kao količnik broja elementarnih događaja povoljnih za taj događaj i ukupnog broja elementarnih događaja, imamo da je (uvjetna) vjerojatnost doživljenja dobi $x + 1$, ako je osoba doživjela dob x, jednaka
$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$,

dok je (uvjetna) vjerojatnost doživljenja dobi $x + n$, uz uvjet da je osoba doživjela dob x, jednaka

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}.$$

Nadalje imamo da je

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{l_{x+1+n-1}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+1}}{l_{x+1}} = \frac{l_{x+1}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+1+n-1}}{l_{x+1}} = p_x \cdot {}_{n-1}p_{x+1},$$

pa nastavimo li induktivno, dobijamo

$${}_np_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot {}_{n-2}p_{x+2} = \cdots = p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} \cdots p_{x+n-2} \cdot p_{x+n-1}.$$

Vjerojatnost smrti, prema istom principu, jednaka je

${}_nq_x = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} d_{x+i}}{l_x}$ i $q_x = \frac{d_x}{l_x}$.

Napomenimo, da su događaji smrti i doživljenja međusobno suprotni događaji, pa vrijedi

${}_np_x + {}_nq_x = 1$ i $p_x + q_x = 1$.

Primjer 1. Primjenom tablica 17 engleskih društava, za osobu starosti 20 godina odrediti vjerojatnost:

a) Da će doživjeti 21. godinu, tj. da će živjeti bar još 1 godinu;
b) Da će doživjeti 35. godinu, tj. da će živjeti bar još 15 godina;
c) Da neće doživjeti 21. godinu, tj. da neće živjeti još 1 godinu;
d) Da neće doživjeti 35. godinu, tj. da neće živjeti još 15 godina (da će umrijeti prije nego napuni 35 godina starosti).

Rješenje:

a) $p_{20} = \frac{l_{21}}{l_{20}} = \frac{92588}{93268} \approx 0{,}9927$
b) ${}_{15}p_{20} = \frac{l_{20+15}}{l_{20}} = \frac{l_{35}}{l_{20}} = \frac{82581}{93268} \approx 0{,}8854$
c) $q_{20} = \frac{d_{20}}{l_{20}} = \frac{680}{93268} \approx 0{,}0073$ $(q_{20} = 1 - p_{20} = 1 - 0{,}9927 = 0{,}0073)$
d) ${}_{15}q_{20} = \frac{d_{20}+d_{21}+\cdots+d_{34}}{l_{20}} = \frac{680+683+686+690+\cdots+742+750+758}{93268} = \frac{10687}{93268} \approx 0{,}1146$

$$({}_{15}q_{20} = 1 - {}_{15}p_{20} \approx 1 - 0{,}8854 \approx 0{,}1146)$$

◊

3. Vjerojatnost doživljenja (i smrti) za dvije i više osoba

Poznato je da, ako su *A* i *B* nezavisni događaji, tj. događaji kod kojih ishod jednog ne utiče na ishod drugog, tada je, prema strogoj definiciji vjerojatnosti, vjerojatnost njihove istovremene realizacije (Sarapa, 2002) jednaka

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B). \tag{1}$$

Analogno tome (Sarapa, 2002), definiramo vjerojatnost istovremene realizacije konačno mnogo nezavisnih događaja $A_i, i = 1, 2, \ldots, n$

$$P(\cap_{i=1}^n A_i) = \prod_{i=1}^n P(A_i). \tag{2}$$

Definicija 1. Događaji $A_i, i = 1, 2, \ldots, n, (n \geq 2)$ su

(1) nezavisni u cjelini (ili kraće nezavisni) ako $\forall k, (2 \leq k \leq n)$, i za svaku kombinaciju $j_1, j_2, \ldots, j_k$ brojeva $1, 2, \ldots, n$, vrijedi da je

$$P\left(\cap_{i=1}^k A_{j_i}\right) = \prod_{i=1}^k P(A_{j_i}); \tag{3}$$

(2) u parovima nezavisni ako za svaki par događaja A_i i A_j, $(1 \leq i, j \leq n, i \neq j)$, vrijedi da je

$P\left(A_i \cap A_j\right) = P(A_i) \cdot P(A_j)$.

Prije nego iskažemo i dokažemo glavni teorem, navedimo teorem koji govori o nezavisnosti suprotnih događaja.

Teorem 1. Neka su događaji $A_i, i = 1, 2, \dots, n, (n \geq 2)$ nezavisni. Ako neke od događaja zamijenimo njima suprotnim događajima dobijamo familiju nezavisnih događaja.

Dokaz: Dokažimo tvrdnju teorema u slučaju kada je $n = 2$. Za slučaj $n > 2$ se tvrdnja analogno dokazuje matematičkom indukcijom. Dokažimo da iz nezavisnosti događaja A i B slijedi nezavisnost događaja A^C i B.

Kako je $(A \cap B) \cap (A^C \cap B) = \emptyset$, to iz činjenice da je $B = (A \cap B) \cup (A^C \cap B)$ imamo da je

$$P(B) = P((A \cap B) \cup (A^C \cap B)) = P(A \cap B) + P(A^C \cap B) = P(A) \cdot P(B) + P(A^C \cap B),$$

iz čega slijedi da je

$$P(A^C \cap B) = P(B) - P(A) \cdot P(B) = \big(1 - P(A)\big) \cdot P(B) = P(A^C) \cdot P(B),$$

pa zaključujemo da su događaji A^C i B nezavisni.

Koristeći simetričnost i činjenicu da je $(X^C)^C = X$, dobijamo da su događaji A i B^C, kao i događaji A^C i B^C nezavisni.

■

Sada smo u mogućnosti iskazati i dokazati teorem koji će nam dati model računanja vjerojatnosti doživljenja i smrti za konačno mnogo osoba.

Teorem 2. Neka su dani događaji

$$A_{x_i}^{n_i} = \{\text{Osoba starosti } x_i \text{ godina će živjeti bar još } n_i \text{ godina}\}$$

i

$$B_{y_j}^{m_j} = \left\{\text{Osoba starosti } y_j \text{ godina neće živjeti još } m_j \text{ godina}\right\},$$

gdje indeksi *i* i *j* pripadaju konačnom skupu indeksa. Tada vrijedi

(1) $P\left(\bigcap_{i \in S_1} A_{x_i}^{n_i}\right) = \prod_{i \in S_1} P\left(A_{x_i}^{n_i}\right) = \prod_{i \in S_1} {}_{n_i}p_{x_i}$,

(2) $P\left(\bigcap_{j \in S_2} B_{y_j}^{m_j}\right) = \prod_{j \in S_2} P\left(B_{y_j}^{m_j}\right) = \prod_{j \in S_2} {}_{m_j}q_{y_j}$,

(3) $P\left(\left(\bigcap_{i \in S_3} A_{x_i}^{n_i}\right) \cap \left(\bigcap_{j \in S_4} B_{y_j}^{m_j}\right)\right) = \left(\prod_{i \in S_3} {}_{n_i}p_{x_i}\right) \cdot \left(\prod_{j \in S_4} {}_{m_j}q_{y_j}\right)$,

gdje su $S_r = \{1, 2, \dots, k_r\}, k_r \in N, r = 1, 2, 3, 4,$ konačni neprazni skupovi indeksa.

Dokaz: Dokažimo prvu tvrdnju teorema. Kako su događaji $A_{x_i}^{n_i}$ nezavisni, to primjenjujući relacije (2) i (3) imamo da vrijedi

$$P\left(\bigcap_{i \in S_1} A_{x_i}^{n_i}\right) = \prod_{i \in S_1} P\left(A_{x_i}^{n_i}\right) = \prod_{i \in S_1} {}_{n_i}p_{x_i},$$

što je i trebalo dokazati.

Kako su događaji $A_{x_i}^{n_i}$ i $B_{y_j}^{m_j}$ međusobno nezavisni to, primjenjujući relacije (2) i (3), analogno dokazujemo i druge dvije tvrdnje teorema.

■

Primjer 2. Od dva brata, jedan ima 25 a drugi 30 godina. Koristeći tablice 17 engleskih društava odrediti kolika je vjerojatnost da će:

a) Nakon 23 godine obojica živjeti;
b) Nakon 23 godine mlađi živjeti, a stariji neće;
c) Nakon 23 godine stariji živjeti, a mlađi neće;
d) Nakon 23 godine nijedan neće živjeti;
e) Stariji umrijeti u toku 48. godine, a mlađi će tada biti živ;
f) Stariji umrijeti u toku 53. godine, a mlađi u toku 37. godine;
g) Samo jedan od njih živjeti bar još 3 godine?

Rješenje:

a) $P = {}_{23}p_{25} \cdot {}_{23}p_{30} = \frac{l_{25+23}}{l_{25}} \cdot \frac{l_{30+23}}{l_{30}} = \frac{71601}{89835} \cdot \frac{66046}{86292} \approx 0{,}6100$

b) $P = {}_{23}p_{25} \cdot {}_{23}q_{30} = {}_{23}p_{25} \cdot (1 - {}_{23}p_{30}) = \frac{71601}{89835} \cdot \left(1 - \frac{66046}{86292}\right) \approx 0{,}1870$

c) $P = {}_{23}q_{25} \cdot {}_{23}p_{30} = (1 - {}_{23}p_{25}) \cdot {}_{23}q_{30} = \left(1 - \frac{71601}{89835}\right) \cdot \frac{66046}{86292} \approx 0{,}1554$

d) $P = {}_{23}q_{25} \cdot {}_{23}q_{30} = (1 - {}_{23}p_{25}) \cdot (1 - {}_{23}p_{30}) \approx 0{,}0476$

e) Kako će stariji umrijeti u toku 48. godine, to znači da će umrijeti kada napuni 47 godina, ali prije nego napuni 48 godina.

$$P = ({}_{17}p_{30} - {}_{18}p_{30}) \cdot {}_{18}p_{25} = \frac{72582 - 71601}{86292} \cdot \frac{76173}{89835} \approx 0{,}0096$$

Drugi način bi bio

$$P = \frac{d_{47}}{l_{30}} \cdot {}_{18}p_{25} = \frac{981}{86292} \cdot \frac{76173}{89835} \approx 0{,}0096$$

f) Analogno prethodnom, imamo

$$P = ({}_{11}p_{25} - {}_{12}p_{25}) \cdot ({}_{22}p_{30} - {}_{23}p_{30}) = \frac{81814 - 81038}{89835} \cdot \frac{67253 - 66046}{86292} \approx 0{,}0001$$

Drugi način bi, analogno prethodnom, bio

$$P = \frac{d_{36}}{l_{25}} \cdot \frac{d_{52}}{l_{30}} = \frac{776}{89835} \cdot \frac{1207}{86292} \approx 0{,}0001$$

g) Imamo dva moguća slučaja, i to da će mlađi živjeti bar još 3 godine a stariji ne, te da će stariji živjeti bar još 3 godine a mlađi ne.

$$P = {}_{3}p_{25} \cdot {}_{3}q_{30} + {}_{3}q_{25} \cdot {}_{3}p_{30} \approx 0{,}0249 + 0{,}0229 \approx 0{,}0478$$

◊

Primjer 3. Kolika je vjerojatnost da će od tri musketira, Aramis 27 godina, Atos 24 godine i Portos 26 godina, bar dvojica od njih živjeti bar još 10 godina?

Rješenje: Kako je riješ o "bar dvojici", to znači da mogu biti dvojica (Aramis i Atos ili Aramis i Portos ili Atos i Portos) živi a jedan mrtav ili sva trojica živi.

$$P = {}_{10}p_{27} \cdot {}_{10}p_{24} \cdot {}_{10}q_{26} + {}_{10}p_{27} \cdot {}_{10}q_{24} \cdot {}_{10}p_{26} + {}_{10}q_{27} \cdot {}_{10}p_{24} \cdot {}_{10}p_{26} + {}_{10}p_{27} \cdot {}_{10}p_{24} \cdot {}_{10}p_{26}$$

$$= \frac{l_{37}}{l_{27}} \cdot \frac{l_{34}}{l_{24}} \cdot \left(1 - \frac{l_{36}}{l_{26}}\right) + \frac{l_{37}}{l_{27}} \cdot \left(1 - \frac{l_{34}}{l_{24}}\right) \cdot \frac{l_{36}}{l_{26}} + \left(1 - \frac{l_{37}}{l_{27}}\right) \cdot \frac{l_{34}}{l_{24}} \cdot \frac{l_{36}}{l_{26}} + \frac{l_{37}}{l_{27}} \cdot \frac{l_{34}}{l_{24}} \cdot \frac{l_{36}}{l_{26}}$$

$$= \frac{81038}{88434} \cdot \frac{83339}{90529} \cdot \left(1 - \frac{81814}{89137}\right) + \frac{81038}{88434} \cdot \left(1 - \frac{83339}{90529}\right) \cdot \frac{81814}{89137} +$$

$$+ \left(1 - \frac{81038}{88434}\right) \cdot \frac{83339}{90529} \cdot \frac{81814}{89137} + \frac{81038}{88434} \cdot \frac{83339}{90529} \cdot \frac{81814}{89137}$$

$$\approx 0{,}0693 + 0{,}0668 + 0{,}0707 + 0{,}7743$$

$$\approx 0{,}9811$$

◊

Primjer 4. Kolika je vjerojatnost da će od tri brata: Amir 23 godine, Damir 30 godina i Samir 32 godine, u godini kada Samir bude imao 40 godina, Amir i Damir umrijeti, a Samir ostati živ?

Rješenje: Zadatak možemo riješiti na dva načina. Prvi način je

$$P = ({}_{7}p_{23} - {}_{8}p_{23}) \cdot ({}_{7}p_{30} - {}_{8}p_{30}) \cdot {}_{8}p_{32}$$

$$= \frac{86292 - 85565}{91219} \cdot \frac{81038 - 80253}{86292} \cdot \frac{78653}{84831}$$

$$\approx 0{,}007970 \cdot 009097 \cdot 0{,}927173$$

$$\approx 0{,}000067$$

Drugi način je

$$P = \frac{d_{30}}{l_{23}} \cdot \frac{d_{37}}{l_{30}} \cdot {}_{8}p_{32}$$

$$= \frac{727}{91219} \cdot \frac{785}{86292} \cdot \frac{78653}{84831}$$

$$\approx 0{,}007970 \cdot 009097 \cdot 0{,}927173$$

$$\approx 0{,}000067$$

◊

Primjer 5. U peteročlanoj porodici, roditelji su starosti 57 i 60 godina, a djeca su starosti 18, 23 i 25 godina. Kolika je vjerojatnost da roditelji neće doživjeti 75 godina starosti, a da će djeca doživjeti 60. godinu?

Rješenje:

$$
\begin{aligned}
P &= {}_{18}q_{57} \cdot {}_{15}q_{60} \cdot {}_{42}p_{18} \cdot {}_{37}p_{23} \cdot {}_{35}p_{25} \\
&= (1 - {}_{18}p_{57}) \cdot (1 - {}_{15}p_{60}) \cdot {}_{42}p_{18} \cdot {}_{37}p_{23} \cdot {}_{35}p_{25} \\
&= \left(1 - \frac{l_{57+18}}{l_{57}}\right) \cdot \left(1 - \frac{l_{60+15}}{l_{60}}\right) \cdot \frac{l_{18+42}}{l_{18}} \cdot \frac{l_{23+37}}{l_{23}} \cdot \frac{l_{25+35}}{l_{25}} \\
&= \left(1 - \frac{l_{75}}{l_{57}}\right) \cdot \left(1 - \frac{l_{75}}{l_{60}}\right) \cdot \frac{l_{60}}{l_{18}} \cdot \frac{l_{60}}{l_{23}} \cdot \frac{l_{60}}{l_{25}} \\
&= \left(1 - \frac{24100}{60658}\right) \cdot \left(1 - \frac{24100}{55973}\right) \cdot \frac{55973}{94620} \cdot \frac{55973}{91219} \cdot \frac{55973}{89835} \\
&\approx 0{,}6027 + 0{,}5694 + 0{,}5916 + 0{,}6136 + 0{,}6231 \\
&\approx 0{,}0776
\end{aligned}
$$

◊

Literatura

Bacaër Nicolas (2011): *A Short History of Mathematical Population Dynamics*. Springer–Verlag. London

Filipović Stanko, Jirasek Vladimir (1969): *Financijska i aktuarska matematika*. Školska knjiga. Zagreb

Gerber Hans–Ulrich (1997): *Life Insurance Mathematics*. 3rd ed. Springer. Berlin, Heidelberg

Ibrahimpašić Bernadin (2023): "Vjerojatnost doživljenja kod životnog osiguranja". MAT–KOL. Vol XXIX. In progress

Karačić Mato (2009): *Trojezični rječnik bankarstva i financija: hrvatsko–engleski–njemački, englesko–njemačko–hrvatski, njemačko–engleski–hrvatski*. Planet Lingua. Zagreb

Merkle J. Milan, Vasić M. Petar (1995): *Verovatnoća i statistika – sa primenama i primerima*. ETF. Beograd

Sarapa Nikola (2002): *Teorija vjerojatnosti*. Školska knjiga. Zagreb

Tablica 17 engleskih društava

x	ℓ_x	d_x	x	ℓ_x	d_x	x	ℓ_x	d_x	x	ℓ_x	d_x
10	100000	676	**33**	84089	750	**56**	62094	1436	**79**	15277	1987
11	99324	674	**34**	83339	758	**57**	60658	1497	**80**	13290	1866
12	98650	672	**35**	82581	767	**58**	59161	1561	**81**	11424	1730
13	97978	671	**36**	81814	776	**59**	57600	1627	**82**	9694	1582
14	97307	671	**37**	81038	785	**60**	55973	1698	**83**	8112	1427
15	96636	671	**38**	80253	795	**61**	54275	1770	**84**	6685	1268
16	95965	672	**39**	79458	805	**62**	52505	1844	**85**	5417	1111
17	95293	673	**40**	78653	815	**63**	50661	1917	**86**	4306	958
18	94620	675	**41**	77838	826	**64**	48744	1990	**87**	3348	811
19	93945	677	**42**	77012	839	**65**	46754	2061	**88**	2537	673
20	93268	680	**43**	76173	857	**66**	44693	2128	**89**	1864	545
21	92588	683	**44**	75316	881	**67**	42565	2191	**90**	1319	427
22	91905	686	**45**	74435	909	**68**	40374	2246	**91**	892	322
23	91219	690	**46**	73526	944	**69**	38128	2291	**92**	570	231
24	90529	694	**47**	72582	981	**70**	35837	2327	**93**	339	155
25	89835	698	**48**	71601	1021	**71**	33510	2351	**94**	184	95
26	89137	703	**49**	70580	1063	**72**	31159	2362	**95**	89	52
27	88434	708	**50**	69517	1108	**73**	28797	2358	**96**	37	24
28	87726	714	**51**	68409	1156	**74**	26439	2339	**97**	13	9
29	87012	720	**52**	67253	1207	**75**	24100	2303	**98**	4	3
30	86292	727	**53**	66046	1261	**76**	21797	2249	**99**	1	1
31	85565	734	**54**	64785	1316	**77**	19548	2179			
32	84831	742	**55**	63469	1375	**78**	17369	2092			

PROBABILITY OF LIFE AND DEATH FOR TWO OR MORE PERSONS WHEN CALCULATING LIFE INSURANCE

Summary

In this paper we provide models for calculating the probability of life and death for two or more poeple, which are necessary when calculating life insurance.

Keywords: *Probability, Life insurance, Actuarial mathematics.*